

Задания заочного тура

Решите задания и заполните бланк ответов. Будьте внимательны, в заочном туре оцениваются только ответы. Ответ на каждый из подпунктов задачи 1 оценивается в 2 балла, ответ на каждый из подпунктов задач 2 и 3 оценивается в 1 балл. Таким образом, максимальная сумма баллов за заочный тур равна 24.

Задание 1

Товар X приобретают $N = 128\,000$ потребителей, предпочтения каждого из которых характеризуются функцией полезности $U(x, y) = \sqrt{x} + y$, где x — количество товара X , которое потребляет данный потребитель, а y — его расходы на все остальные товары. Доход каждого потребителя равен 1. Производственная функция типичной фирмы на рынке товара X описывается функцией $F(L, K) = K^{0,6}L^{0,4}$. Цена единицы капитала для фирмы равна 6, цена единицы труда равна 4.

- 1) Пусть на рынке присутствует единственная фирма-монополист.
 - а. Найдите цену, максимизирующую прибыль монополии при отсутствии ценовой дискриминации.
 - б. Найдите потери мертвого груза от монополии при отсутствии ценовой дискриминации.
 - в. Пусть при отсутствии ценовой дискриминации вводится налог на единицу продукции. При какой ставке налога суммарные поступления от него будут максимальными?
 - г. Найдите прибыль монополиста, осуществляющего совершенную ценовую дискриминацию (первой степени).
- 2) Пусть на рынке фирмы действуют в соответствии с моделью олигополии Курно.
 - а. Какой объем будет продавать каждая из фирм, если фирм на рынке две?
 - б. Какой объем будет продавать каждая из фирм, если фирм на рынке четыре?

Решение:

Определим спрос на рынке, решив задачу максимизации полезности потребителей при заданном бюджетном ограничении.

$$U(x, y) = \sqrt{x} + y \rightarrow \max,$$
$$p_x x + y = 1.$$

Спрос по Маршаллу отдельного потребителя имеет вид:

$$\hat{x}(p_x) = \begin{cases} \frac{1}{4p_x^2}, & p_x \geq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{p_x}, & p_x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Тогда рыночный спрос

$$D(p_x) = \begin{cases} \frac{32000}{p_x^2}, & p_x \geq \frac{1}{2} \\ \frac{128000}{p_x}, & p_x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Определим функцию издержек типичной фирмы, решив задачу минимизации издержек при фиксированном выпуске.

$$6K + 4L \rightarrow \min,$$
$$K^{0,6}L^{0,4} = q.$$

Функция издержек фирмы имеет вид:

$$TC(q) = 10q.$$

Тогда ни при какой рыночной структуре цена не опустится ниже 10 и можно рассматривать лишь один участок рыночного спроса, который с переменной обозначений удобно записать следующим образом:

$$Q = \frac{32000}{p^2}.$$

1) а. Эластичность рыночного спроса равна (-2), тогда имеем

$$\frac{p-MC}{p} = \frac{1}{2},$$

откуда, с учетом того, что $MC = 10$, $p = 20$.

Ответ: 20.

б. Для вычисления потерь мертвого груза найдем эффективный объем производства из соотношения $p = MC$. Подставляя $p = 10$ в функцию спроса, получим $Q = 320$. А при монопольной цене 20 $Q = 80$. Тогда потери мертвого груза составят

$$DWL = \int_{80}^{320} (P(Q) - MC(Q))dQ = 800.$$

Ответ: 800.

в. Выразим объем производства монополиста через величину налога t .

$$\frac{p-MC-t}{p} = \frac{1}{2}.$$

Тогда $p = 20 + 2t$ и

$$Q = \frac{32000}{(20+2t)^2}.$$

Суммарные поступления от налога равны

$$tQ = \frac{32000t}{(20 + 2t)^2}$$

и их максимум достигается при $t = 10$.

Ответ: 10.

г. Оптимальный объем производства $Q = 320$ найдем из соотношения $p = MC$. Тогда прибыль фирмы

$$PR = \int_0^{320} (P(Q) - MC(Q))dQ = 3200.$$

Ответ: 3200.

2) а. Обратная функция спроса на рынке имеет вид:

$$p = \sqrt{\frac{32000}{Q}}.$$

Тогда прибыль каждой фирмы-дуополиста можно записать следующим образом:

$$PR_i(q_1, q_2) = \sqrt{\frac{32000}{q_1+q_2}} q_i - 10q_i.$$

Приравняв производную прибыли к нулю, получим

$$\sqrt{32000}(q_1 + q_2)^{-\frac{3}{2}}q_i + \sqrt{\frac{32000}{q_1+q_2}} - 10 = 0.$$

Откуда

$$q_i = \frac{\sqrt{\frac{32000}{q_1+q_2}} - 10}{\sqrt{32000}(q_1+q_2)^{-\frac{3}{2}}}.$$

Правая часть не зависит от i , следовательно, объемы фирм в равновесии равны $q_1 = q_2 = q$. Тогда

$$\sqrt{32000}(q + q)^{-\frac{3}{2}}q + \sqrt{\frac{32000}{q+q}} - 10 = 0.$$

Откуда $q = 360$.

Ответ: 360.

б. Прибыль каждой фирмы можно записать следующим образом:

$$PR_i(q_1, q_2, q_3, q_4) = \sqrt{\frac{32000}{q_1+q_2+q_3+q_4}}q_i - 10q_i.$$

Приравняв производную прибыли к нулю, получим

$$\sqrt{32000}(q_1 + q_2 + q_3 + q_4)^{-\frac{3}{2}}q_i + \sqrt{\frac{32000}{q_1+q_2+q_3+q_4}} - 10 = 0.$$

Откуда

$$q_i = \frac{\sqrt{\frac{32000}{q_1+q_2+q_3+q_4}} - 10}{\sqrt{32000}(q_1+q_2+q_3+q_4)^{-\frac{3}{2}}}.$$

Правая часть не зависит от i , следовательно, объемы фирм в равновесии равны $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q$. Тогда

$$\sqrt{32000}(q + q + q + q)^{-\frac{3}{2}}q + \sqrt{\frac{32000}{q+q+q+q}} - 10 = 0.$$

Откуда $q = 125$.

Ответ: 125.

Задание 2

В экономике страны Альфа в рамках модели IS-LM функции потребления, инвестиций и спроса на деньги, соответственно, имеют следующий вид:

$$C = 100 + 0,8(Y - T)$$

$$I = 200 - 20 * r$$

$$\frac{M}{P} = 0,8Y^{0,5}e^{-0,2r}$$

Здесь r — реальная ставка процента, Y — совокупный выпуск, T — объем собираемых налогов (все налоги в рассматриваемой экономике являются аккордными). Центральный банк страны Альфа проводит политику, стабилизации реальной ставки процента. Для каждого из указанных ниже событий укажите, на сколько ре-

зультате этого события изменится краткосрочный равновесный уровень реального потребления в стране Альфа?

- 1) Из-за роста оптимизма инвесторов автономные инвестиции в рассматриваемой экономике увеличились в полтора раза.
- 2) В рамках политики сбалансированного бюджета правительство страны Альфа увеличило государственные закупки на 10 млрд. руб.
- 3) В результате экзогенного шока предложения, уровень цен в рассматриваемой экономике увеличился с 1,0 до 1,1.
- 4) Развитие технологий привело к двукратному увеличению скорости обращения денег в стране Альфа.

Решение:

1) Увеличение автономных инвестиций в полтора раза означает их увеличение с 200 до 300, то есть на 100:

$$\Delta Y = \Delta C + \Delta I + \Delta G,$$

$$\Delta Y = 0,8 * (\Delta Y - \Delta T) + 100 - 20\Delta r + \Delta G.$$

Так как ЦБ поддерживает ставку процента на постоянном уровне, то $\Delta r = 0$. Кроме того, по условию нет изменений налогов и госзакупок. Следовательно:

$$\Delta Y = 0,8 * (\Delta Y - 0) + 100 - 20 * 0 + 0,$$

$$\Delta Y = 500.$$

$$\Delta C = 0,8 * (\Delta Y - \Delta T) = 0,8 * (500 - 0) = 400.$$

Ответ: 400.

2) Аналогично предыдущему пункту ставка процента не изменится. Кроме того, раз речь идет о политике сбалансированного бюджета, то $\Delta G = \Delta T$.

$$\Delta Y = 0,8 * (\Delta Y - \Delta G) + 20\Delta r + \Delta G,$$

$$\Delta Y = \Delta G.$$

$$\Delta C = 0,8 * (\Delta Y - \Delta T) = 0,8 * (\Delta G - \Delta G) = 0.$$

Ответ: 0.

3, 4) Описанные события приводят к сдвигу функции спроса на деньги, который может вызывать изменение равновесного выпуска только за счет изменения равновесной ставки процента. Однако по условию ЦБ устанавливает предложение денег так, чтобы эта ставка осталась неизменной. Следовательно, и равновесный уровень выпуска меняться не будет.

Ответ: 0,0.

Задание 3

В стране А совокупный выпуск Y описывается производственной функцией вида $Y = K^{0,5}(LE)^{0,5}$, где K – запас капитала, L – количество занятых, E – эффективность труда одного работника. Экономика страны находится в устойчивом состоянии, в котором отношение капитал – выпуск равно 6, а совокупный выпуск увеличивается с темпом 6%. Темпы роста эффективности труда одного работника и выбытия капитала постоянны и равны соответственно 2% и 4%.

- 1) Найдите устойчивый уровень капиталовооруженности в расчете на единицу эффективного труда в этой стране.
- 2) Найдите устойчивый уровень выпуска в расчете на единицу эффективного труда в этой стране.
- 3) Определите устойчивый уровень реальной заработной платы в расчете на единицу эффективного труда.
- 4) Определите устойчивый уровень реальной ставки процента.
- 5) Найдите темп роста реальной заработной платы одного работника в устойчивом состоянии.
- 6) Определите норму сбережения в стране А.
- 7) Предположим, в период времени t_0 норма сбережения в стране А изменилась до уровня Золотого правила.
 - а. Найдите уровень капиталовооруженности в расчете на единицу эффективного труда в следующий период времени ($t_0 + 1$).
 - б. Найдите уровень выпуска в расчете на единицу эффективного труда в следующий период времени ($t_0 + 1$).

Решение:

1) По условию $\frac{K}{Y} = 6$; темп роста совокупного выпуска $-n + g = 0,06$, а норма выбытия капитала $\delta = 0,04$.

$$y = \frac{Y}{LE} = k^{0,5}, k = \frac{K}{LE}$$

$$MPK = y'_k = 0,5k^{-0,5}.$$

$$\text{Отсюда } MPK = 0,5 \frac{Y}{K} = 0,5k^{-0,5} \Rightarrow k^{0,5} = 6 \Rightarrow k^* = 36.$$

Ответ: 36.

$$2) y^* = 6.$$

Ответ: 6.

$$3) \omega = y'_{LE} = 0,5k^{0,5} \Rightarrow \omega^* = 0,5 \cdot 6 = 3.$$

Ответ: 3.

$$4) r = MPK - \delta = 0,5k^{-0,5} - 0,04 \Rightarrow r^* = \frac{13}{300} \approx 0,043.$$

Ответ: $\frac{13}{300}$.

5) Реальная ставка заработной платы **одного работника** $W = \omega E = y'_L = 0,5k^{0,5}E$.

В устойчивом состоянии k не изменяется, поэтому реальная ставка заработной платы в расчете на единицу эффективного труда ω не изменяется. Следовательно, W растет с темпом изменения научно-технического прогресса $g = 2\%$.

Ответ: 2%.

6) Норма сбережений s определяется из условия устойчивого состояния.

$$s \cdot k^{0,5} = 0,1k,$$

$$s = 0,1k^{0,5} = 0,6.$$

Ответ: 0,6.

7) Норма сбережения, соответствующая уровню Золотого правила равна 0.5.

а. Тогда изменение уровня капиталовооруженности в следующий момент времени составит

$$\Delta k = sf(k^*) - (n + g + \delta)k^* = 0,5 \cdot 6 - 0,1 \cdot 36 = -0,6,$$

а уровень капиталовооруженности в расчете на единицу эффективного труда в следующий момент времени $k(t_0 + 1) = 35,4$.

Ответ: 35,4.

б. Уровень выпуска в расчете на единицу эффективного труда в следующий момент времени $y(t_0 + 1) = 5,95$.

Ответ: 5,95.